

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Varianta 7**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numărul real  $x$  pentru care numerele 2,  $x+2$  și 10 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** 2. Determinați valoarea minimă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x - 10$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x^2 - 2x) = 3$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie par.
- 5p** 5. Determinați numărul real  $a$  pentru care vectorii  $\vec{u} = (a-2)\vec{i} - 2\vec{j}$  și  $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  sunt opuși.
- 5p** 6. Calculați cosinusul unghiului  $A$  al triunghiului  $ABC$  în care  $AB = 4$ ,  $AC = 5$  și  $BC = 6$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- 5p** a) Calculați  $\det B$ .
- 5p** b) Arătați că  $AB = BA$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(B + xA) = 1$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = xy - 4(x + y - 5)$ .
- 5p** a) Calculați  $4 * 5$ .
- 5p** b) Arătați că  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Calculați  $1 * 2 * 3 * \dots * 2014$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$ .

- 5p** a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 5p** b) Arătați că  $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** c) Arătați că funcția  $f$  este convexă pe intervalul  $(-1, 1)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^e f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2}$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_1^e x^3 f(x) dx = \frac{3e^4 + 1}{16}$ .
- 5p** c) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 1$  și  $x = e$ .